

АЛГЕБРА 8 КЛАСС.

УРОК НА ТЕМУ:
ГРАФИК ФУНКЦИИ
КОРНЯ КВАДРАТНОГО.

$$y = \sqrt{x}$$

Функция корня квадратного.

Ребята, с построением графиков функций мы с вами уже встречались и не раз. Мы с вами строили множества линейных функций и парабол. В общем виде любую функцию удобно записать как $y=f(x)$, по сути, это уравнение с двумя переменными. Для каждого значения x мы получаем y , выполнив некоторую заданную операцию f , мы отображаем множество всех возможных x на множество y . В качестве функции f мы можем записывать практически любую математическую операцию.

При построении графиков функций обычно мы пользуемся таблицей, в которой записываем значения x и y , например, для функции $y = 5x^2$ удобно использовать следующую таблицу:

x	0	1	-1	2	-2
y	0	5	5	20	20

Отмечаем полученные точки на декартовой системе координат, и аккуратно соединяем их гладкой кривой. Но наша функция не ограничена, только этими точками, мы можем подставить совершенно любой x из заданной области определения, то есть при тех x при которых выражение имеет смысл.

Функция корня квадратного.

На одном из прошлых уроков, мы с вами изучили новую операцию извлечения корня квадратного. Естественно возникает вопрос, а можем ли мы используя эту операцию задать какую-нибудь функцию и построить ее график? Воспользуемся общим видом функции $y=f(x)$, y и x оставим на своем а вместо f введем операцию корня квадратного:

$$y = \sqrt{x}$$

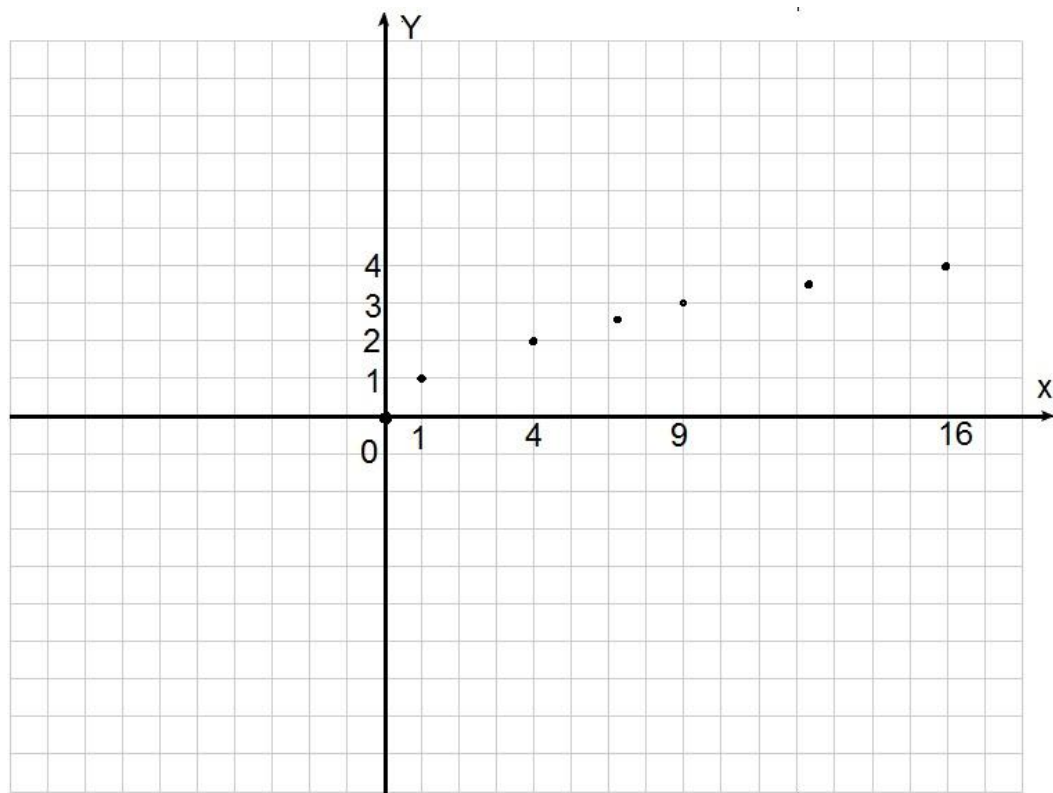
Зная математическую операцию, мы смогли задать функцию.

Давайте построим график этой функции, из определения корня квадратного - мы можем вычислять его только из неотрицательных чисел, то есть $x \geq 0$. Составим таблицу:

x	0	1	4	6.25	9	12.25	16
y	0	1	2	2.5	3	3.5	4

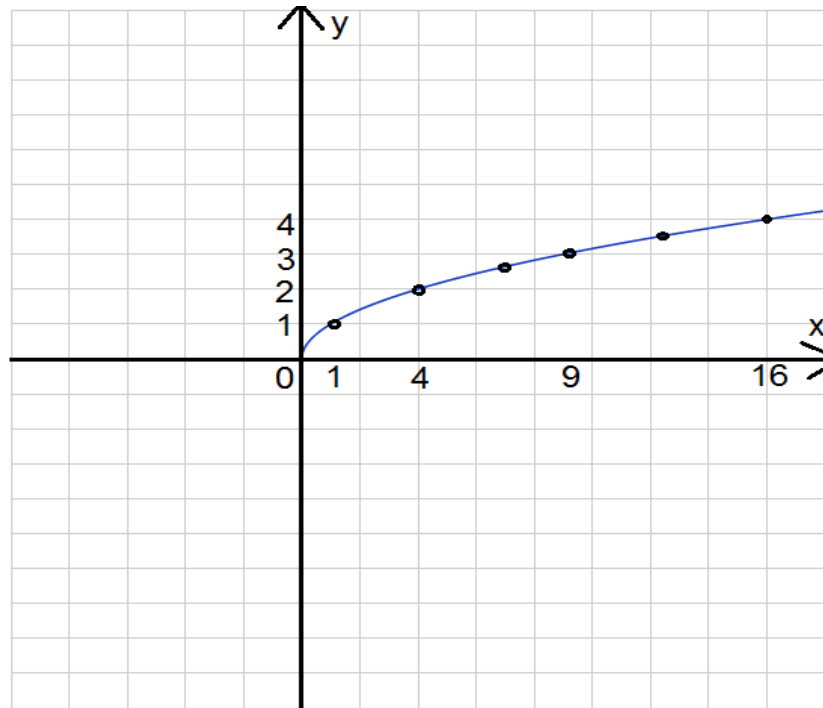
Функция корня квадратного.

Отметим наши точки на координатной плоскости:



Функция корня квадратного.

Нам осталось аккуратно соединить полученные точки:



Ребята, обратите внимание если график нашей функции повернуть на бок, то получится левая ветка параболы, на самом деле если строки в таблице значений поменять местами, верхнюю строчку с нижней строчкой, то у нас получаться значения как раз для параболы.

Функция корня квадратного.

Свойства функции $y = \sqrt{x}$ Используя график функции свойства описать довольно таки просто.

1. Область определения: $[0; +\infty)$.

2. $y=0$ при $x=0$, $y>0$ при $x>0$.

3. Чем больше x , тем больше y , а значит наша функция возрастает, то есть мы движемся как будто в горку. Функция возрастает на всей области определения.

4. Из графика хорошо, что наименьшее значение функции равно 0 при $x=0$. Наибольшего значения нет, функция постоянно растёт.

5. Непрерывная функция. Мы не видим ни каких точек разрыва, везде проходит сплошная линия.

*Принято выделять еще одно свойство. **Выпуклость**. Принято считать, что функции выпуклы либо вверх, либо вниз. Посмотрев на наш график, заметно, что функция как бы выпячивается вверх.*

6. Выпукла вверх.

Те значения, которые может принимать y – называются множеством значений функции. Их удобно находить так же по графику, смотрим область изменения функции по оси ординат, или то как изменяется функция вверх-вниз.

7. Область значений: $[0; +\infty)$.

Функция корня квадратного.

Пример 1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции корня квадратного на отрезке а) $[4;9]$ б) $[2;11]$.

Решение.

Мы можем решить наш пример двумя способами. В каждой букве опишем разные способы.

а) Вернемся к графику функции построенному выше, и отметим требуемые точки отрезка. Хорошо видно, что при $x=9$ функция больше всех остальных значений значит и наибольшее значение в этой точке. При $x=4$ значение функции ниже всех остальных точек, а значит тут и есть наименьшее значение.

$$y_{\text{наиб.}} = \sqrt{9} = 3, y_{\text{наим.}} = \sqrt{4} = 2.$$

б) Мы знаем, что наша функция возрастающая, а значит, каждому большему значению аргумента соответствует большее значение функции. Наибольшее и наименьшее значение достигаются на концах отрезка:

$$y_{\text{наиб.}} = \sqrt{11}, y_{\text{наим.}} = \sqrt{2}.$$

Функция корня квадратного.

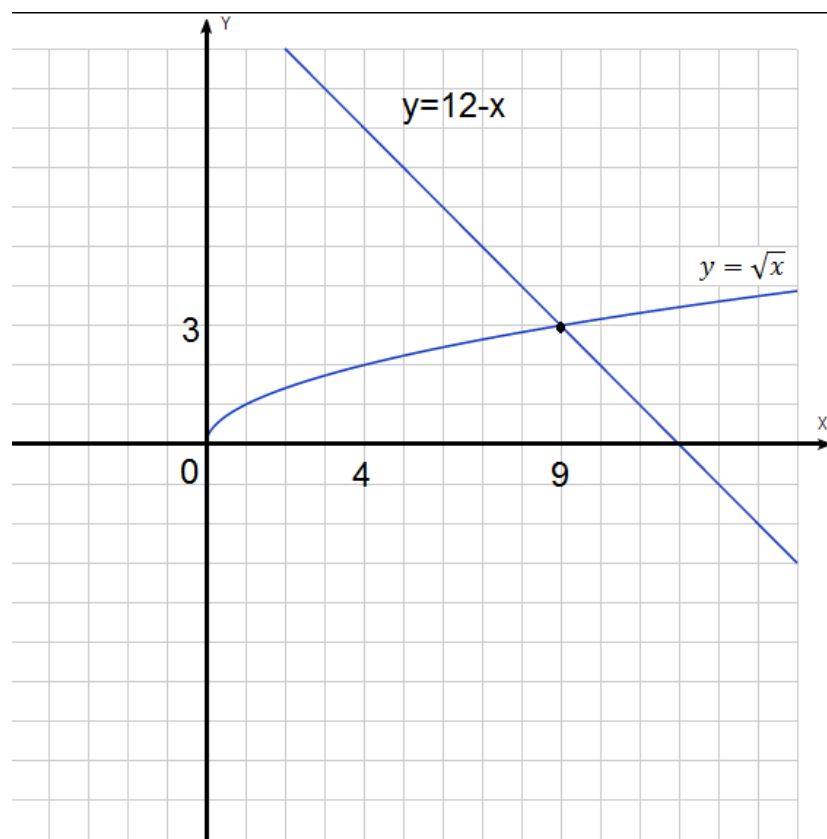
Пример 2. Решить уравнение $\sqrt{x} = 12 - x$

Решение. Проще всего построить два графика функции и найти их точку пересечения.

На графике хорошо видна точка пересечения с координатами (9;3).
А значит $x=9$ и есть решение нашего уравнения.

Ответ: $x=9$.

Ребята, а можем ли быть уверены, что больше решений нет у примера выше? На самом деле, одна из функций возрастает, другая убывает, в общем случае они либо не имеют общих точек, либо пересекаются только в одной.

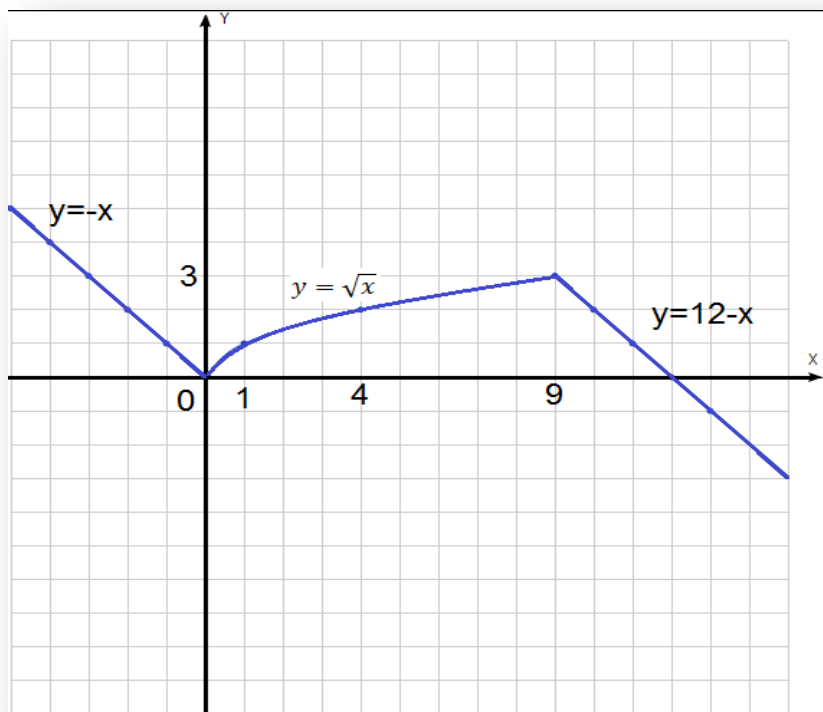


Функция корня квадратного.

Пример3. Построить и прочесть график функции:

$$y = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 9 \\ 12 - x, & x > 9 \end{cases}$$

Нам нужно построить три частных графика функции каждый на своем промежутке:



Функция корня квадратного.

Опишем свойства нашей функции:

1. Область определения: $(-\infty; +\infty)$.
2. $y=0$ при $x=0$ и $x=12$, $y>0$ при $x \in (-\infty; 12)$, $y<0$ при $x \in (12; +\infty)$.
3. Функция убывает на отрезках $(-\infty; 0) \cup (9; +\infty)$.
Функция возрастает на отрезке $(0; 9)$.
4. Функция непрерывна на всей области определения.
5. Наибольшего и наименьшего значения нет.
6. Область значений: $(-\infty; +\infty)$.

